

# 4. Hardware/Software Partitionierungsverfahren

Dr.-Ing. Oliver Sander  
Dipl.-Inform. Leonard Masing

Institut für Technik der Informationsverarbeitung (ITIV)



## Hardware/Software Co-Design

# Inhalt

- **4.1 Einführung, Partitionierungsansätze, Komplexität**
- 4.2 Klassifikation von Partitionierungsalgorithmen
- 4.3 Konstruktive Algorithmen
  - 4.3.1 Hierarchisches Clustering
- 4.4 Iterative Algorithmen
  - 4.4.1 Tabu-Search
  - 4.4.2 Kernighan Lin
  - 4.4.3 Fiduccia Mattheyses
  - 4.4.4 Integer Linear Programming - ILP
  - 4.4.5 Simulated Annealing
  - 4.4.6 Genetische Algorithmen
- 4.5 Hardware/Software Partitionierungsverfahren und Co-Design-Systeme

## 4.1 Einführung (I)

- Implementierung einer komplexen Systemspezifikation erfordert oftmals eine Aufteilung in eine Hardware- und Softwarepartition:
  - **Reine Hardwareimplementierung:** geringe Flexibilität, hohe Leistung
  - **Reine Softwareimplementierung:** hohe Flexibilität, geringe Leistung
- Trade- off zwischen Aufteilung in Hardware und Software nötig.
- Kostenfunktionen als Optimierungskriterien:
  - Kommunikationsaufwand zwischen den Systemkomponenten.
  - Flächenbedarf der Hardware (Logikzellen, Register, Verdrahtung).
  - Flexibilität bezüglich späterer Änderungen der Spezifikation.
  - Datendurchsatz.
  - Leistungsverbrauch.
  - Minimierung der benötigten Speicherbandbreite.

## 4.1 Einführung (II)

- Die Gesamtaufgabe der Hardware/Software Partitionierung kann in folgende Teilprobleme untergliedert werden:
  - Festlegung der Abstraktionsebene der Spezifikation.
  - Wahl der Granularität (Trade-off Komplexität vs. Genauigkeit).
  - Allokation von Systemkomponenten.
  - Auswahl realistischer/möglicher Metriken und Schätzungen.
  - Entwurf einer geeigneten Zielfunktion.
  - Auswahl geeigneter Partitionierungsalgorithmen.
  - Entwurfsablauf und Designinteraktion.

# 4.1 Abstraktionsebenen der Spezifikation (I)

## ■ Systemebene

- Hierarchische Taskgraphen:
  - datenflußdominierte Flowcharts
  - kontrollflußdominierte Statecharts
- Graphen mit Kontrollfluß- und Datenabhängigkeiten zwischen den Prozeßknoten -> Sequenzgraphen (mit Hierarchie!)

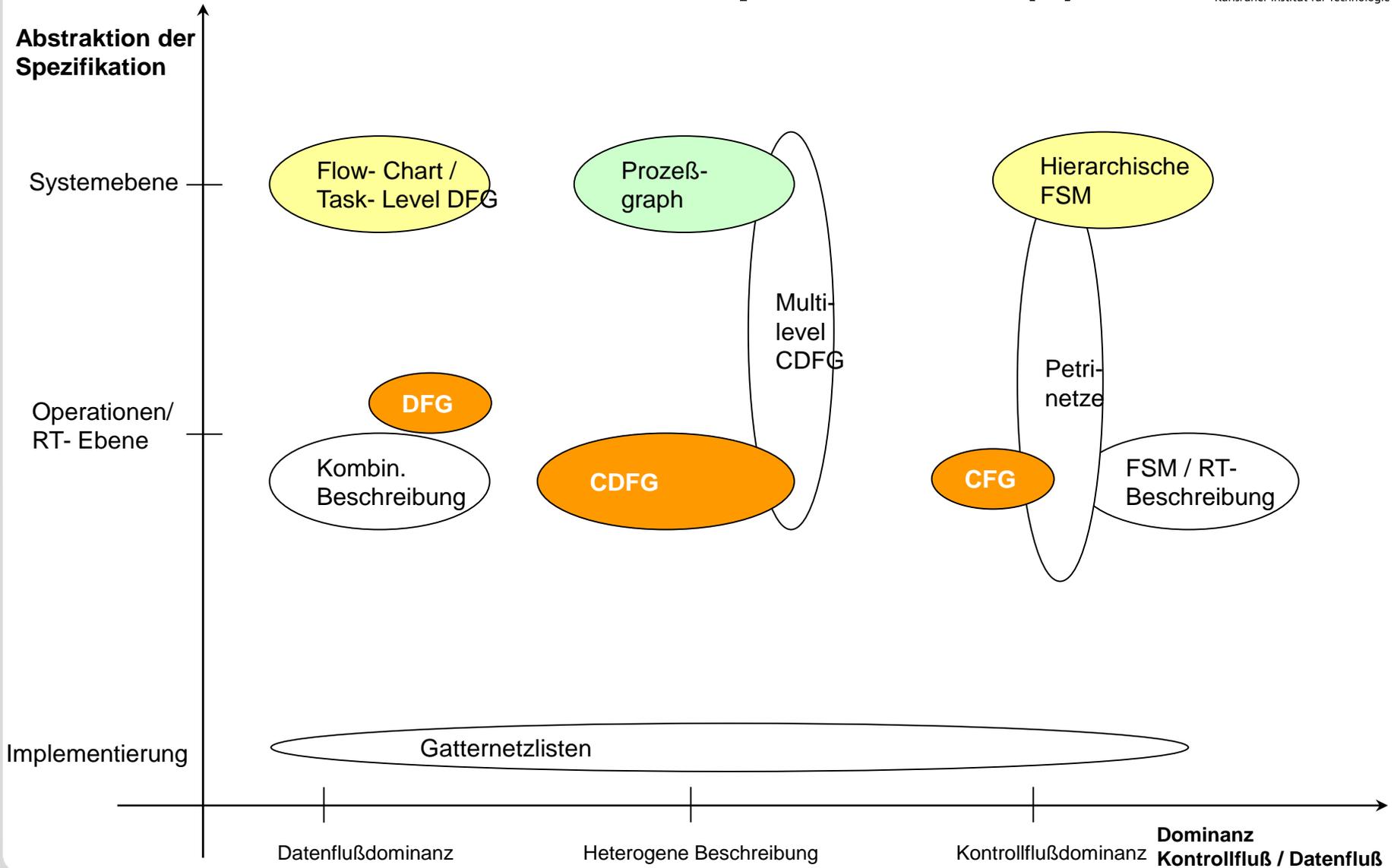
## ■ Operationsebene

- Pendants zur Systemebene:
  - Kontrollflußgraphen (CFG)
  - Datenflußgraphen (DFG)
  - Kontroll-/ Datenflußgraphen (CDFG)
- Petri- Netze, geeignet für kontrollflußdominierte Anwendungen..

## ■ Netzlisten auf niedriger struktureller Ebene

- Enthalten ggf. auch Blöcke mit komplexen Verhaltensbeschreibungen:
  - IP-Blöcke
  - Analog-Blöcke

# 4.1 Abstraktionsebenen der Spezifikation (II)



# 4.1 Komplexitätsbetrachtungen

- Partitionierungsproblem ist das Zuordnen von  $n$  Objekten  $O = \{o_1, \dots, o_n\}$  zu  $m$  Blöcken (Partitionen)  $P = \{p_1, \dots, p_m\}$ , so daß
  - $p_1 \cup p_2 \cup \dots \cup p_m = O$ ;  $p_i \cap p_j = \{\}$   $\forall i, j: i \neq j$  und die Kosten  $c(P)$  minimal sind
- Das Partitionierungsproblem eines Graphen ist i.d.R. NP-vollständig
- Beispiel: Ein Graph mit  $n$  Knoten ist in  $k$  disjunkte Partitionen gleicher Größe  $p$  mit  $k \cdot p = n$  zu zerlegen.

- Für die Wahl der ersten Partition hat man  $\binom{n}{p}$  Möglichkeiten, für die zweite sind es nur noch  $\binom{n-p}{p}$  Kombinationen
 

entfernt Doubletten, da alle Partitionen gleichwertig sind.

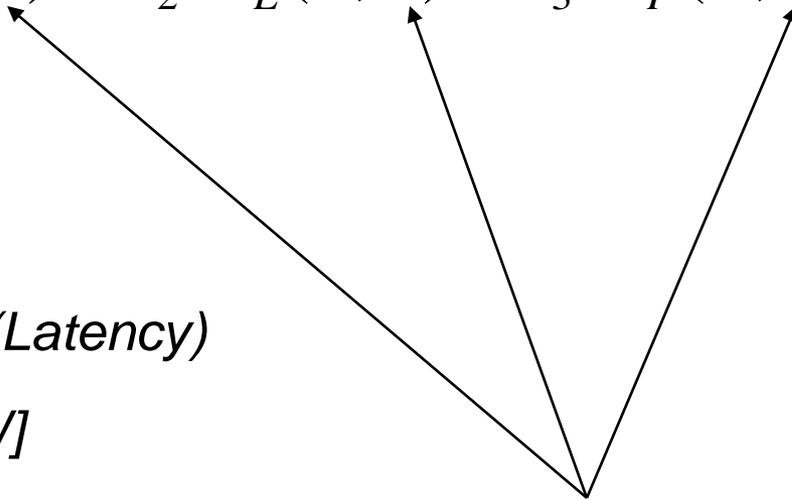
- Insgesamt erhält man  $\frac{1}{k!} \binom{n}{p} \cdot \binom{n-p}{p} \dots \binom{2p}{p} \cdot \binom{p}{p} = \frac{1}{k!} \cdot \frac{n!}{(p!)^k}$  Kombinationen.

- Wie man an der folgenden Tabelle sieht, steigt der Aufwand exponentiell:

n	K=2	K=5	K=10
10	126	945	1
20	92378	$2,55 \cdot 10^9$	$6,54 \cdot 10^8$
50	$6,32 \cdot 10^{13}$	$4,03 \cdot 10^{29}$	$1,35 \cdot 10^{37}$
100	$5,04 \cdot 10^{28}$	$9,12 \cdot 10^{63}$	$6,45 \cdot 10^{85}$

# 4.1 Kostenfunktionen zur Hardware/Software-Partitionierung

## ■ Beispiel für eine Kostenfunktion:

$$f(C, L, P) = k_1 \cdot h_c(C, \bar{C}) + k_2 \cdot h_L(L, \bar{L}) + k_3 \cdot h_P(P, \bar{P})$$


- $C \cong$  Systemkosten in [Euro]
- $L \cong$  Ausführungszeit in [sec] (Latency)
- $P \cong$  Leistungsaufnahme in [W]
- $h_C, h_L, h_P$ , geben an, wie stark  $C, L, P$  die Entwurfsbedingungen (Constraints  $C, L, P$  überstrichen) verletzen.
- $k_1, k_2, k_3 \cong$  Gewichtung und Normierung

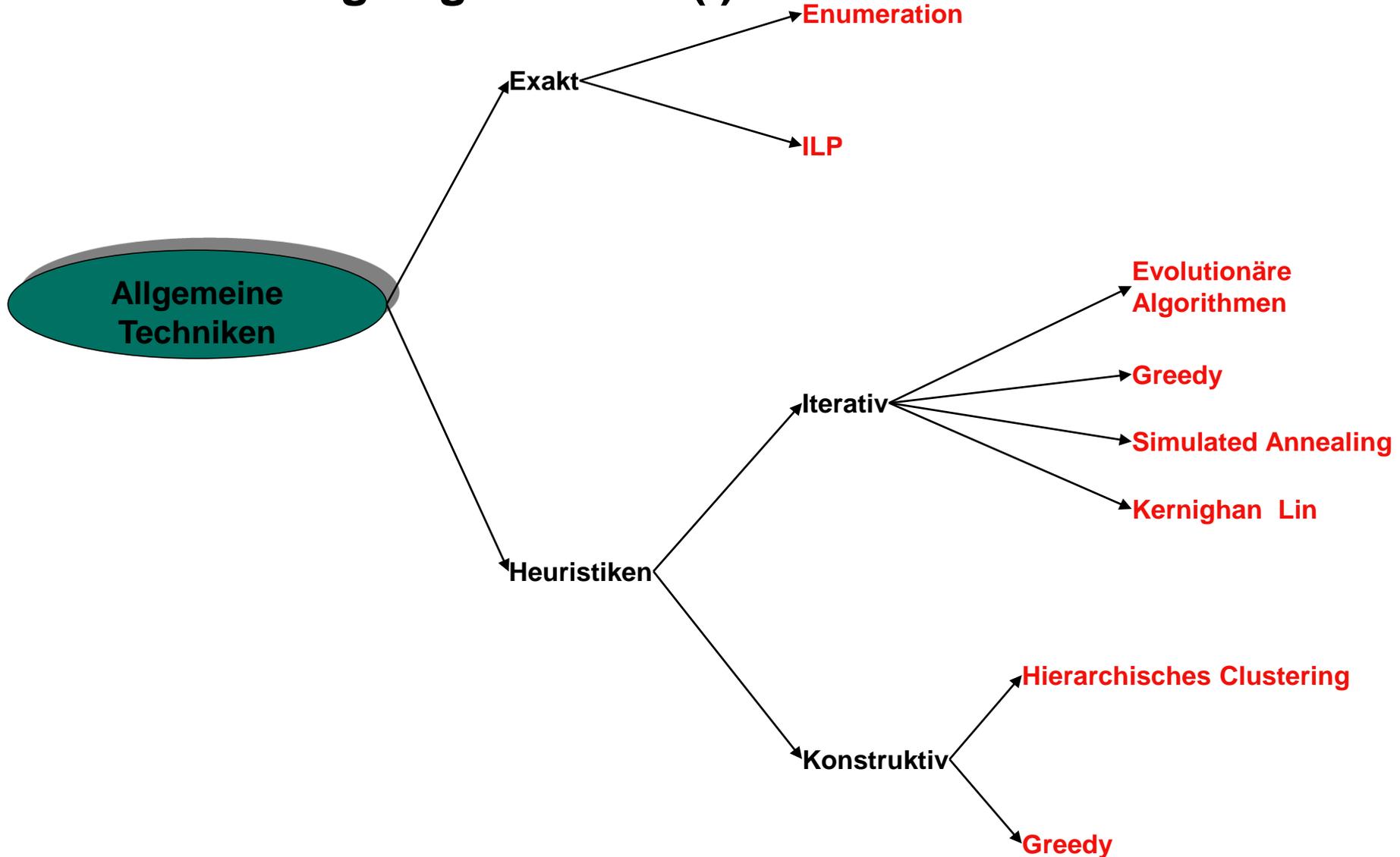
- Warum ist eine Hardware/Software Partitionierung notwendig?
- Welche Randbedingungen bzw. Optimierungskriterien können für Trade-offs herangezogen werden?
- Warum können welche Abstraktionsebenen gewählt werden?
- Welche Ansätze können für die Partitionierung angewendet werden?



# Inhalt

- 4.1 Einführung, Partitionierungsansätze, Komplexität
- **4.2 Klassifikation von Partitionierungsalgorithmen**
- 4.3 Konstruktive Algorithmen
  - 4.3.1 Hierarchisches Clustering
- 4.4 Iterative Algorithmen
  - 4.4.1 Tabu-Search
  - 4.4.2 Kernighan Lin
  - 4.4.3 Fiduccia Mattheyses
  - 4.4.4 Integer Linear Programming - ILP
  - 4.4.5 Simulated Annealing
  - 4.4.6 Genetische Algorithmen
- 4.5 Hardware/Software Partitionierungsverfahren und Co-Design-Systeme

## 4.2 Klassifikation von Partitionierungsalgorithmen (I)



## 4.2 Klassifikation von Partitionierungsalgorithmen (II)

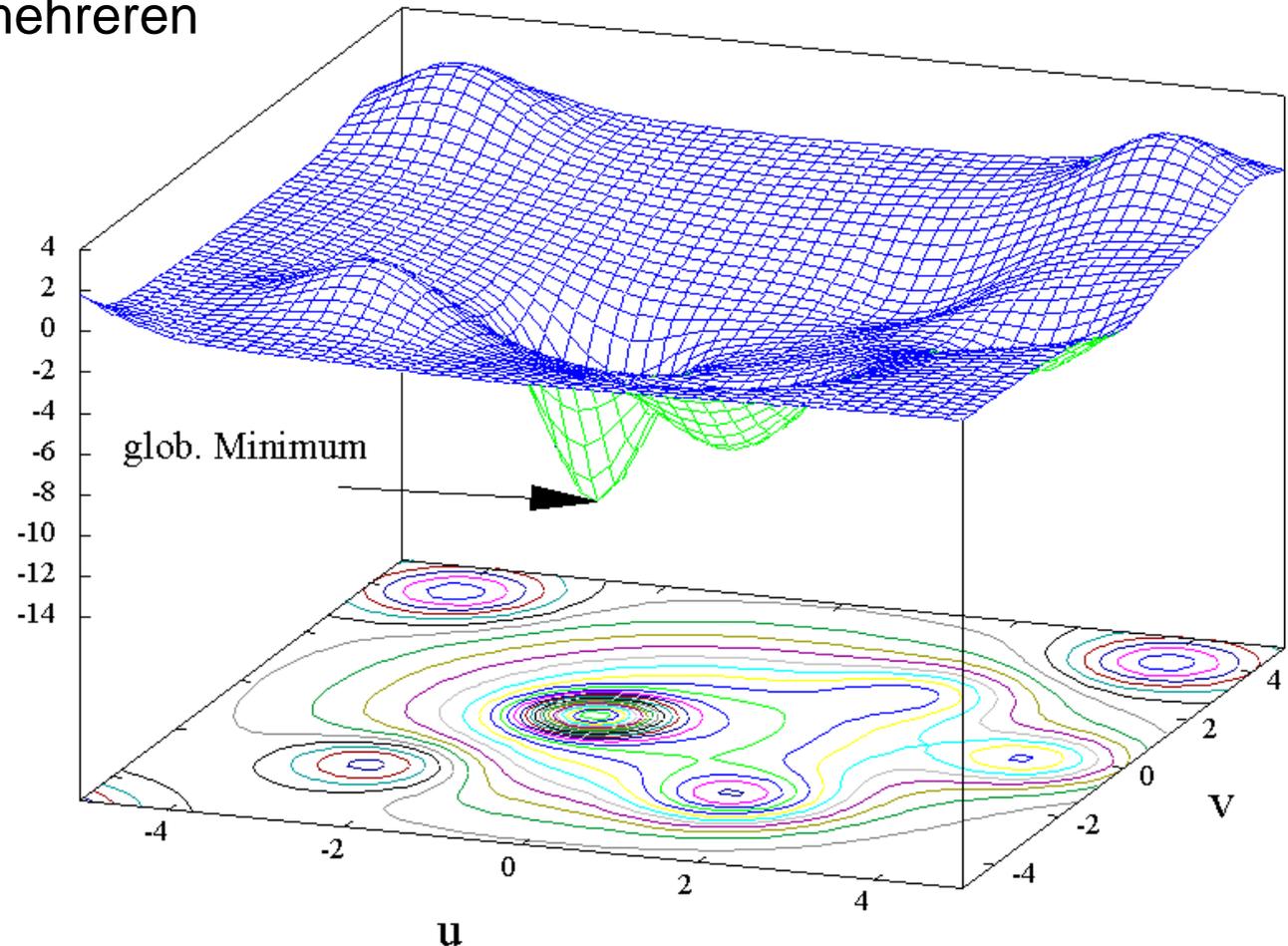
- **Exakte Lösungsverfahren** (können aufwendig werden):
  - finden die global beste Lösung
  - Beispiele:
    - Enumeration der Lösungen
    - Integer Lineare Programmierung (ILP)
  
- **Heuristische Lösungsverfahren:**
  - Findet hinreichend gute Lösung auf Basis unvollständiger Information
  - Klassen:
    - **Konstruktive Verfahren:**
      - Random Mapping
      - Hierarchical Clustering
  
    - **Iterative Verfahren:**
      - Kernighan Lin Algorithmus (robust und erprobt)
      - Simulated Annealing "
      - effiziente globale Entwurfsraumexploration (genet. Alg.)

## 4.2 Klassifikation von Partitionierungsalgorithmen (III)

- Wesentliche Vorgehensweisen bei Heuristiken:
  - **Konstruktive Algorithmen:**
    - Konstruktive Verfahren gruppieren funktionale Objekte in eine geringe Anzahl von Partitionen.
    - Die Objekte werden dabei in Cluster anhand einer zwischen den Objekten definierten Nähefunktion (-> *Closeness*) zusammengefaßt.
  - **Iterative Algorithmen:**
    - Iterative Verfahren gehen von einer Anfangspartitionierung aus und verbessern diese solange, bis eine Güte-/Kostenfunktion konvergiert oder ein Abbruchkriterium erfüllt ist.
    - Jede Partitionierung wird mit der Güte-/ Kostenfunktion bewertet:
      - Die Ergebnisse sind i.a. besser als bei konstruktiven Verfahren.
      - Können auch aus lokalen Minima einer Kostenfunktion wieder herauskommen (je nach Optimierungstechnik der Heuristik): Hill-Climbing Eigenschaft  
-> ggf. werden temporäre Verschlechterungen der Kostenfunktionswerte akzeptiert
  - **Heterogene Verfahren:**
    - Sind eine Kombination von konstruktiven und iterativen Verfahren.

## 4.2 Klassifikation von Partitionierungsalgorithmen (IV)

■ Beispiel für eine Kostenfunktion  $K(u,v)$  mit mehreren lokalen Minima



- Wie können Partitionierungsalgorithmen klassifiziert werden?
- Welche Lösungsverfahren gibt es?
- Warum sind iterative Verfahren 'besser' als konstruktive Verfahren?
- Wie kann eine Startlösung aussehen?
- Wird immer eine bessere Lösung gefunden?



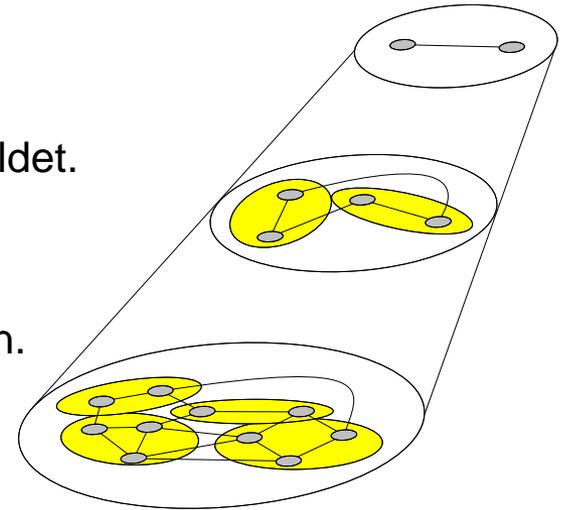
# Inhalt

- 4.1 Einführung, Partitionierungsansätze, Komplexität
- 4.2 Klassifikation von Partitionierungsalgorithmen
- 4.3 Konstruktive Algorithmen
  - **4.3.1 Hierarchisches Clustering**
- 4.4 Iterative Algorithmen
  - 4.4.1 Tabu-Search
  - 4.4.2 Kernighan Lin
  - 4.4.3 Fiduccia Mattheyses
  - 4.4.4 Integer Linear Programming - ILP
  - 4.4.5 Simulated Annealing
  - 4.4.6 Genetische Algorithmen
- 4.5 Hardware/Software Partitionierungsverfahren und Co-Design-Systeme

## 4.3 Konstruktive Verfahren

### ■ Auswahlverfahren:

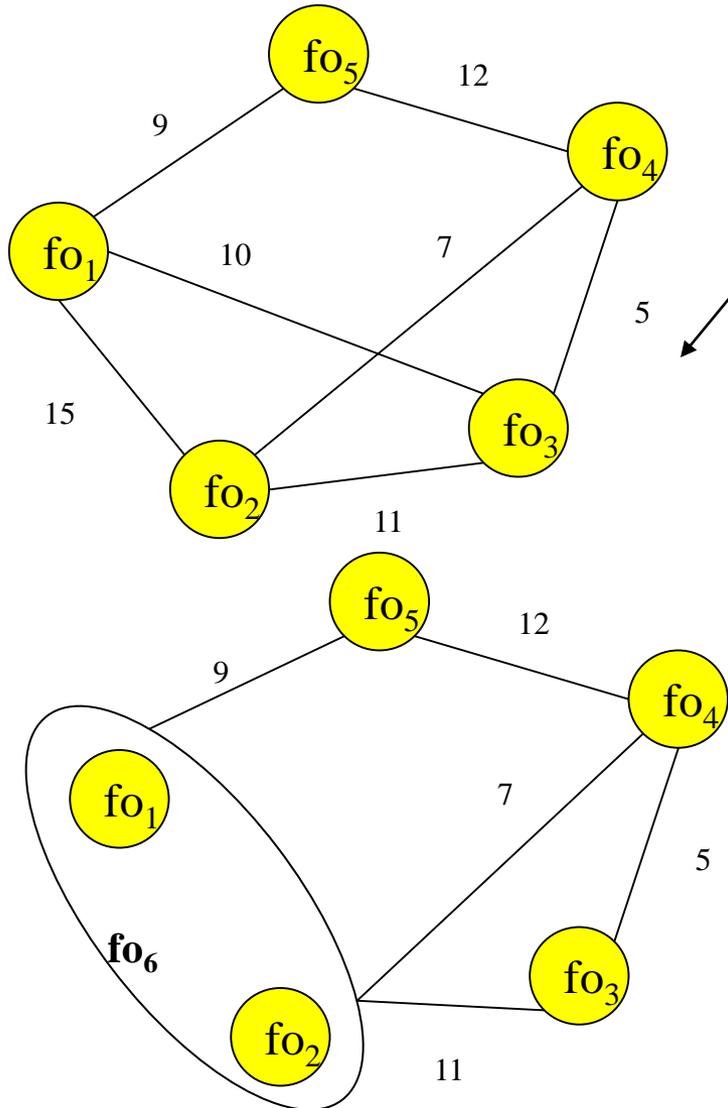
- *Random Mapping*:
  - Jedes Objekt wird zufällig auf einen Block abgebildet.
  
- *Hierarchical Clustering*:
  - Schrittweises Zusammengruppiern von Objekten.
  - **Nähefunktion** gibt an, wie gewinnbringend die Gruppierung zweier Objekte ist.



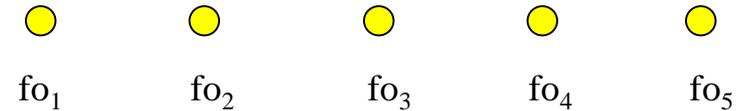
### ■ Konstruktive Verfahren:

- Werden oft verwendet, um eine Anfangspartition für iterative Verfahren zu erzeugen.
- Haben das Problem, daß es sehr schwierig sein kann, eine geeignete *Nähefunktion* zu definieren.

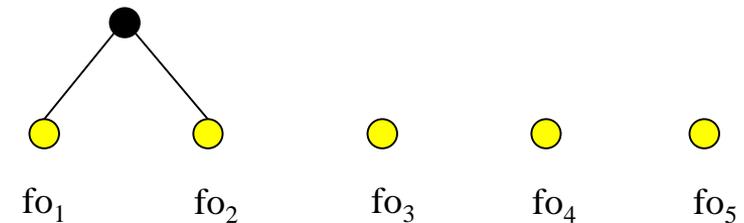
# 4.3.1 Hierarchisches Clustering: Beispiel (I)



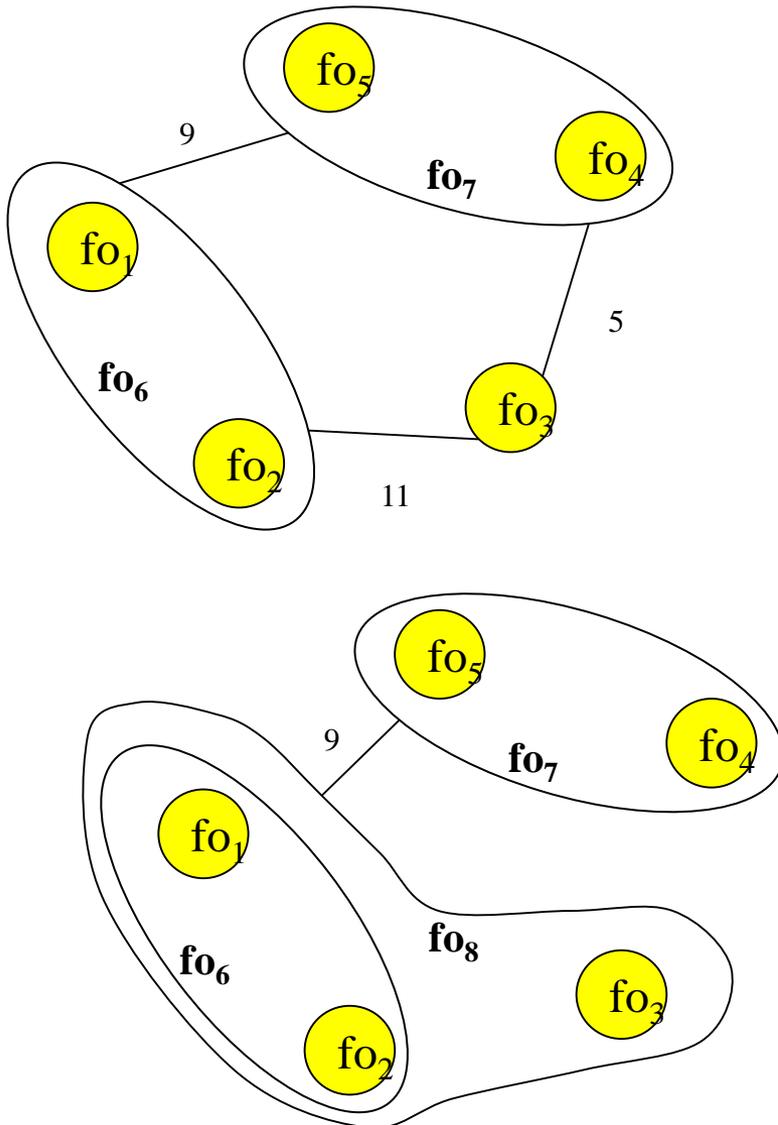
Betrachte jeden Knoten anfänglich als „trivialen“ Cluster.



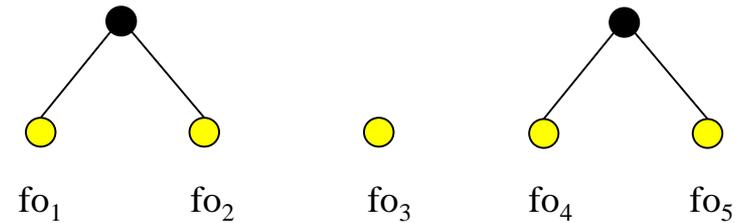
- Verschmelze Knoten  $f_{o_1}$  und  $f_{o_2}$ , Kante hat größten Wert 15
  - Lösche Kante  $(f_{o_1}, f_{o_3})$ , denn Kante  $(f_{o_2}, f_{o_3})$  führt auch in den gleichen Cluster und hat einen größeren Wert 11
- (Variante besteht darin, alle Kanten, die vom gleichen Knoten in den Cluster führen, durch einzelne Kante zu ersetzen und diese zu mitteln)



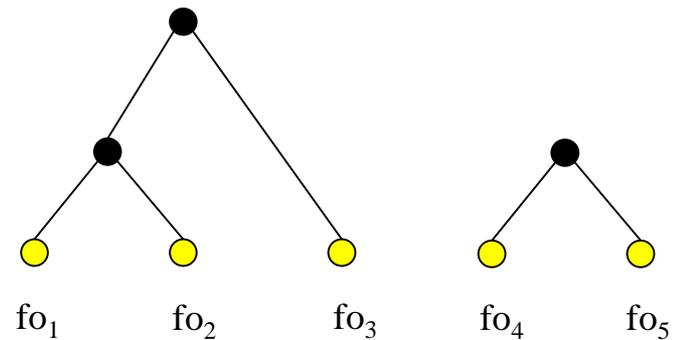
# 4.3.1 Hierarchisches Clustering: Beispiel (II)



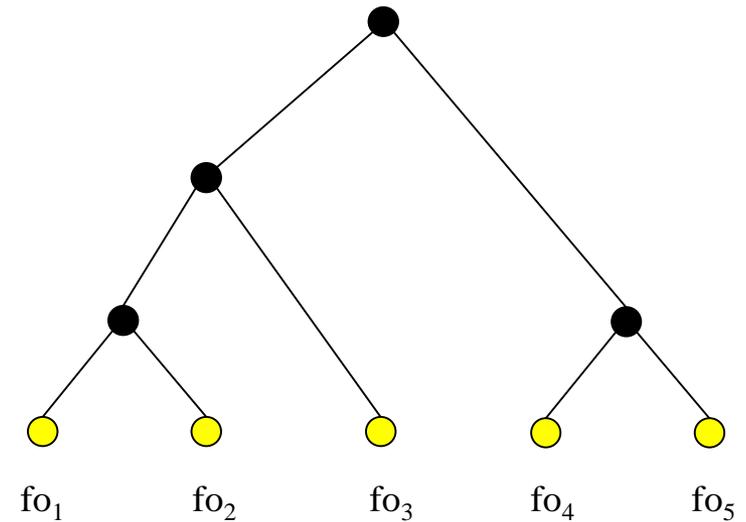
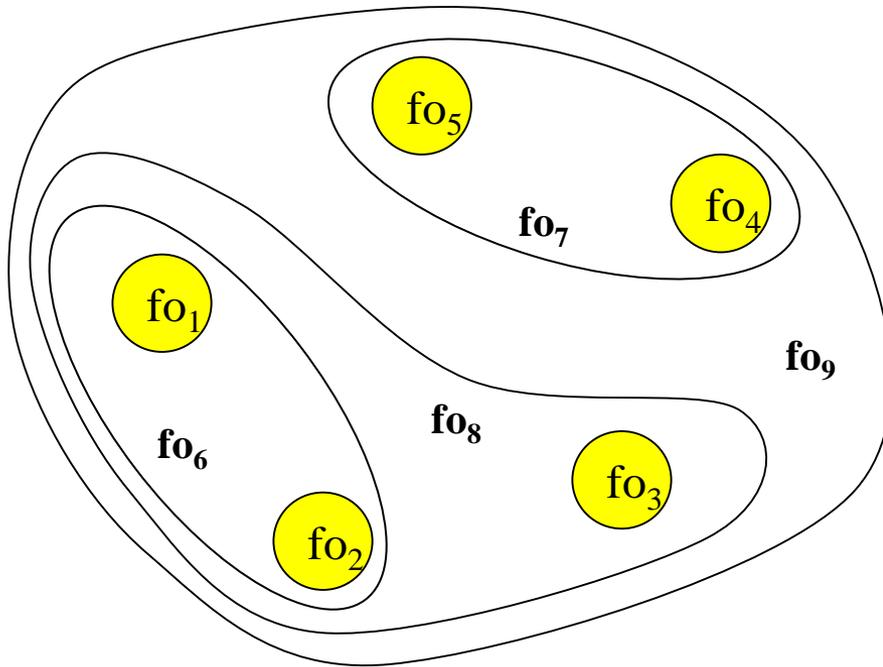
- Verschmelze Knoten  $f_{o_5}$  und  $f_{o_4}$ , Kante hat größten Wert 12. Lösche Kante  $([f_{o_1}, f_{o_2}], f_{o_4})$



- Verschmelze Superknoten  $[f_{o_1}, f_{o_2}]$  mit  $f_{o_3}$ , Kante hat größten Wert 11  
 - Lösche Kante  $([f_{o_4}, f_{o_5}], f_{o_3})$



## 4.3.1 Hierarchisches Clustering: Beispiel (III)



- Ende der Partitionierung durch hierarchisches Clustering.
- Die Hierarchie des erzeugten Baums spiegelt die Clusteringsschritte der Partitionierung wieder.

# 4.3.1 Hierarchisches Clustering: Algorithmus

PROCEDURE HIERARCHICAL CLUSTERING(O) {

P := { };

FOR i = 1 TO n DO

$p_i := \{o_i\}$ ;

$P := P \cup p_i$ ;

ENDFOR

FOR i = 1 TO n DO

    FOR j = 1 TO n DO

        ComputeCloseness( $p_i, p_j$ );

    ENDFOR

ENDFOR

numblocks = n;

k := n + 1

WHILE (Terminate(P) == FALSE)

$p_i, p_j := \text{FindClosestObjects}(P)$ ;

$p_k := \{p_i, p_j\}$ ;

$P := P \setminus p_i \setminus p_j \cup p_k$ ;

    numblocks := numblocks - 1;

    FOREACH Block  $p_l \in P \setminus p_k$  DO

        ComputeCloseness( $p_l, p_k$ );

    ENDFOR

    k := k + 1;

ENDWHILE

RETURN(P);

} END PROCEDURE

O = Menge der Objekte;

P = noch leere Menge der Partitionen  $p_i$

Initialisiere jedes Objekt als eine Gruppe.

Berechne *Closeness-Funktion* zwischen den Objekten.

Gruppiere die beiden Objekte, und bereinige / aktualisiere die Partitionsmenge.

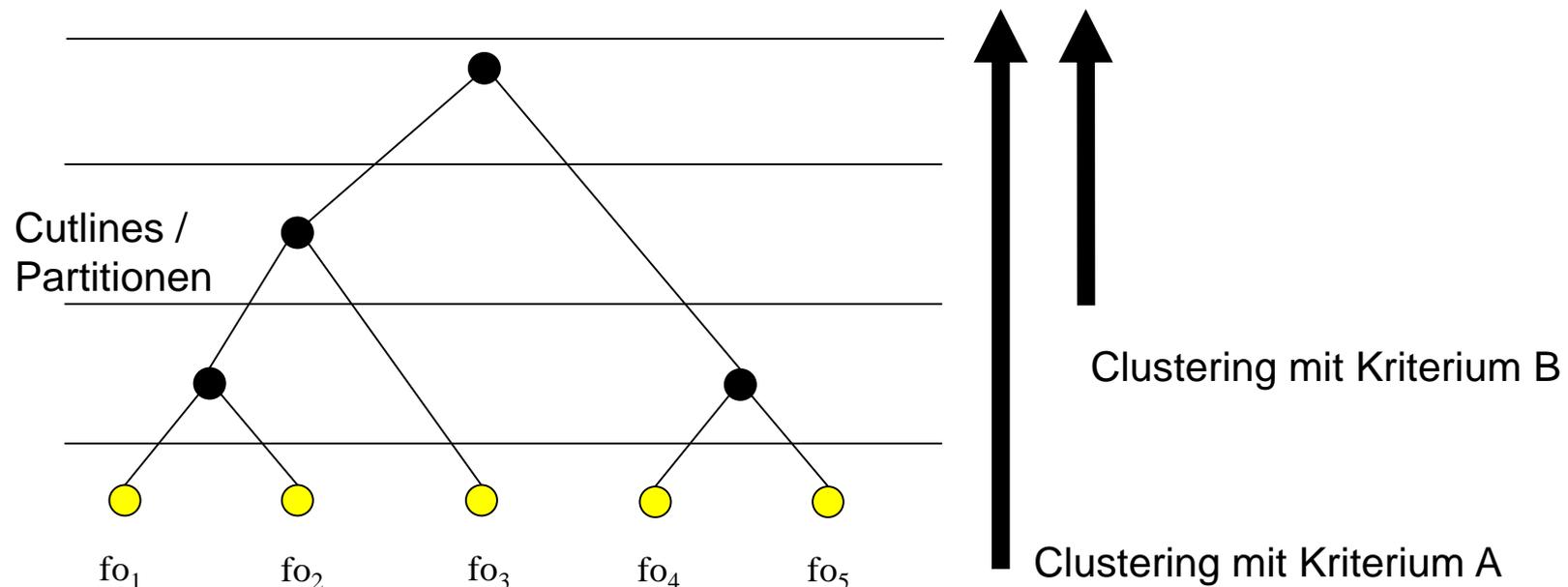
*Closeness-Update* der anderen Partitionen.

Berücksichtigt auch Mehrfachkanten von  $p_i \rightarrow p_k$

## 4.3.1 Hierarchisches Clustering

### ■ Variante: Multistage Clustering

- *Clustering* Vorgang in mehrere aufeinander folgende Phasen aufgeteilt.
- In jeder Phase wird andere Nähefunktion / Kriterium verwendet, wobei jeweils der in der letzten Clustering-Phase erzeugte Graph benutzt wird.
- Schneiden problematisch, wenn Baum nicht ausbalanciert.
- Zu starke Ausbalancierung ggf. auch nachteilig, wenn stark zusammenhängende Knoten unterschiedlichen Clustern zugeordnet werden.



# 4.3.1 Hierarchisches Clustering: Clustering-Metriken

## ■ Datenabhängigkeiten:

- Ziel ist die Reduktion des Kommunikationsaufkommens zwischen Knoten durch Zusammenlegen dieser Knoten in einer Partition.

## ■ *Sharing* von Operatoren:

- Komplexe Operatoren mit aufwendiger HW-Implementierung werden in einer Partition untergebracht. Erlaubt Mehrfachnutzung der HW, vorausgesetzt ein Schedule für zeitkritische Teile der Spezifikation wird nicht behindert.

## ■ Kontrollfluß:

- Ziel: Reduzierung der Übergabe von Kontrollflüssen zwischen Partitionen, wenn Operationen aus einem Kontrollflußzweig zusammengehalten werden:
  - Operationen liegen in **disjunkten Kontrollflußzweigen**  $\Rightarrow$  kein Aufwand bei Übergabe
  - Operationen liegen im **gleichen Kontrollflußzweig** ohne dazwischenliegende Verzweigungen.  
 $\Rightarrow$  Zuweisung zum gleichen Cluster anstreben
  - Kontrollflußverzweigung **zwischen zwei Operationen**  
 $\Rightarrow$  Verzweigungswahrscheinlichkeit als Gewichtung für Nähefunktion

## 4.3.1 Hierarchisches Clustering: Eigenschaften

- Bedingte Eignung der *Clustering* Verfahren für die Partitionierung eines Systems.
- Ist bezüglich der Gesamtbewertung nicht in der Lage, ein lokales Extremum (bspw. Minimum) zu überwinden.
- Gute Anwendbarkeit für große Knotenzahlen.
- Anwendung zur Erzeugung einer initialen Partitionierung, auf die dann andere Verfahren aufsetzen können.
- Komplexität eines Partitionierungsproblems kann exponentiell mit der Knotenanzahl wachsen, weshalb durch Vorschaltung eines Clusterings die Komplexität reduziert werden kann.

- Wie geht der Algorithmus vor?
- Was ist die Closeness-Funktion?
- Wie muss der Baum geschnitten werden, um bestimmte Partitionierungen zu erreichen?
- Welche Komplexität hat der Algorithmus?



# Inhalt

- 4.1 Einführung, Partitionierungsansätze, Komplexität
- 4.2 Klassifikation von Partitionierungsalgorithmen
- 4.3 Konstruktive Algorithmen
  - 4.3.1 Hierarchisches Clustering
- 4.4 Iterative Algorithmen
  - 4.4.1 **Tabu-Search**
  - 4.4.2 Kernighan Lin
  - 4.4.3 Fiduccia Mattheyses
  - 4.4.4 Integer Linear Programming - ILP
  - 4.4.5 Simulated Annealing
  - 4.4.6 Genetische Algorithmen
- 4.5 Hardware/Software Partitionierungsverfahren und Co-Design-Systeme

## 4.4.1 Tabu-Search Algorithmus (I)

- **Flexible Suchheuristik** für schnelles und nahezu optimales Lösen von Optimierungsaufgaben -> sehr gutes Verfahren für kombinatorische Optimierung.
- Verfahren bestimmt ausgehend von einer Startlösung die beste Nachbarlösung, ansonsten diejenige Nachbarlösung, die das Ergebnis am wenigsten verschlechtert.
- Zur **Vermeidung von Zyklen** wird immer der **beste Suchschritt ausgeführt, der nicht zu einer bereits betrachteten Lösung** führt.

## 4.4.1 Tabu-Search Algorithmus (II)

- Dies erfordert die **temporäre Speicherung und Sperrung** der letzten  $n$  bereits gefundenen Lösungen/Suchschritte (*Tabu-Liste*):
  - **Überwindung lokaler Extrema** der Kostenfunktion möglich.
  - Verhindert vorübergehend die Umkehrung eines Suchschrittes.
  - Tabu- Liste als FIFO mit Länge  $n$  ausgelegt. ( $n \approx |V| / 10$ ).
  - Bei **Akzeptanz** einer neuen Lösung wird der **älteste Eintrag aus der Liste** entfernt.
  - Akzeptanz einer Lösung, wenn sie keinen Eintrag (Prädikat) in der Tabu- Liste verletzt oder wenn sie ein globales Minimum im Vergleich zu den bisher untersuchten Lösungen liefert.
  - **Länge der Liste** hat **Einfluß auf die Wirksamkeit** des Verfahrens. Ist  $n$  zu klein, so können Zyklen entstehen, anderenfalls werden ggf. nach einer bestimmten Zeit keine Nachbarlösungen gefunden.
- Verfahren durch Vorgehensweise **deterministisch**.

## 4.4.1 Tabu-Search Algorithmus (III)

```

CurrentSolution:=InitialSolution
BestSolution:= CurrentSolution
TabuList:={ }
  
```

Initialisierung mit einer Vorgabelösung

**repeat**

```

  N:=k_BestNeighbours(CurrentSolution)
  NewSolution:=none
  for i:=1 to k do
  
```

Akzeptiere Nachbarlösung, wenn diese besser als die beste Lösung ist oder Lösungsschritt nicht in der Tabuliste gespeichert ist.  
Erlaubt auch Akzeptanz von Verschlechterungen.

```

    X:= FirstElement(N)
    if cost(X)<cost(BestSolution)  $\vee$  ( $\forall p \in$  TabuList:  $\neg p$ (CurrentSolution, X) ) then
      NewSolution:=Select_MinCost(NewSolution, X)
    endif
    N:= N \ {X}
  
```

Aktualisiere Tabu- Liste, Beste Lösung

**endfor**

```

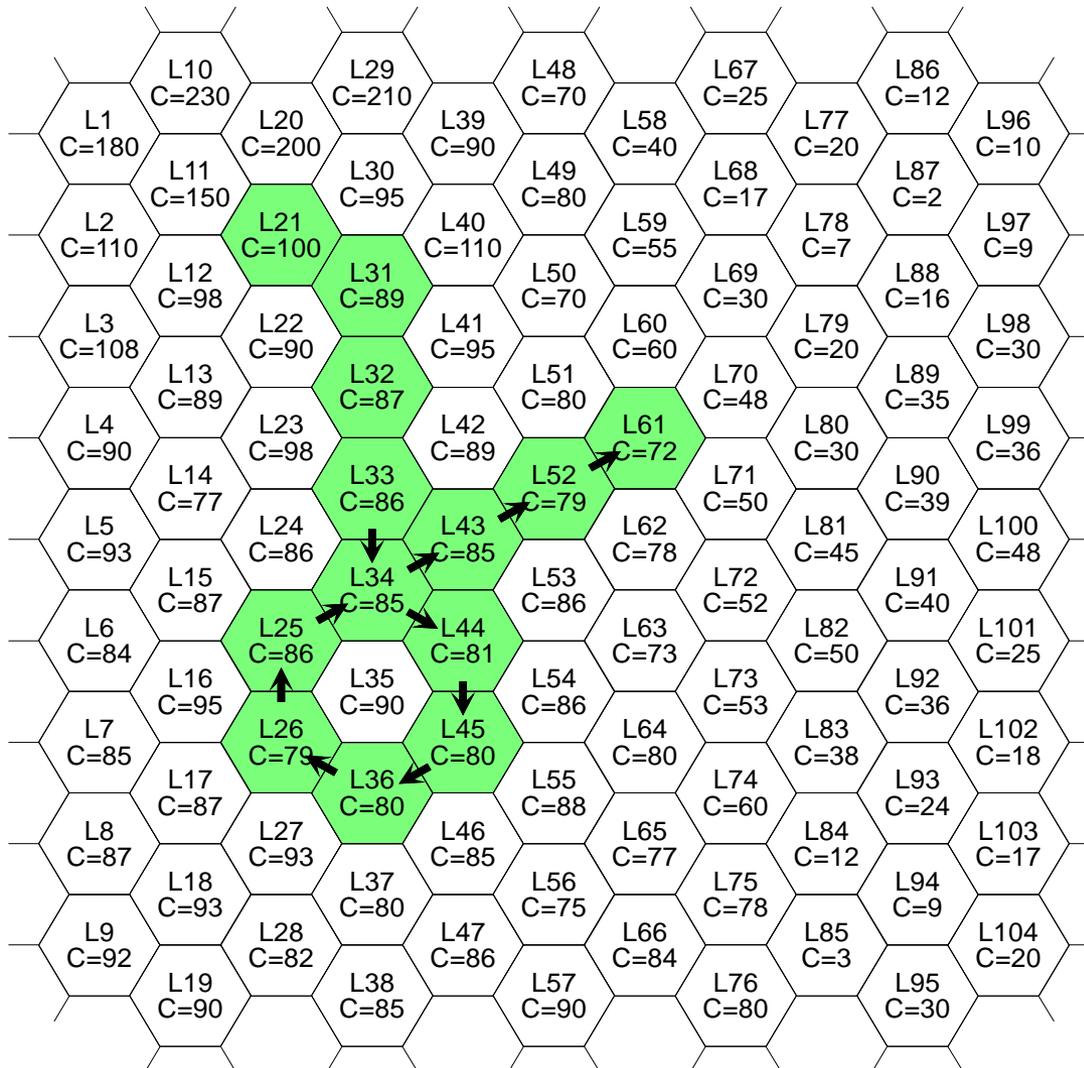
TabuList := Take_N_First(n, TabuList  $\cup$  Tabu(CurrentSolution, NewSolution))
CurrentSolution := NewSolution
BestSolution:=Select_MinCost(BestSolution, CurrentSolution )
  
```

**until** stopcondition

# 4.4.1 Tabu-Search Algorithmus: Beispiel (I)

$n_{\text{Tabu\_Liste}}=10$   $k=6$

Stop\_Cnd: BS < 5



BS:	CS:	Step:
100	100	<b>Start:</b> L21
89	89	L21 $\Rightarrow$ L31
87	87	L31 $\Rightarrow$ L32
86	86	L32 $\Rightarrow$ L33
85	85	L33 $\Rightarrow$ L34
81	81	L34 $\Rightarrow$ L44
80	80	L44 $\Rightarrow$ L45
80	80	L45 $\Rightarrow$ L36
79	79	L36 $\Rightarrow$ L26
79	86	L26 $\Rightarrow$ L25
79	85	L25 $\Rightarrow$ L34
79	85	L34 $\Rightarrow$ L43
79	79	L43 $\Rightarrow$ L52
72	72	L52 $\Rightarrow$ L61



## 4.4.1 Tabu-Search Algorithmus: Beispiel (III)

- Anmerkungen zur Partitionierung mit Tabu-Search:
  - Das auf den vorhergehenden Folien dargestellte Beispiel ist als **allgemeines abstrahiertes Beispiel** zur Darstellung von Tabu-Search.
  - Beim Partitionierungsproblem im Besonderen ist an dieser Stelle zu beachten, dass ein **Lösungsschritt** mit einer **Variation der die Lösung beschreibenden Parameter** einhergeht.
    - Hier: das **Verschieben eines Knotens** in eine andere Partition.
    - Folge: **Änderung der Partitionierung** als Lösung.
  - Das Verbot eines Lösungsschritts beinhaltet damit auch das **Verbot, die Variation dieser Parameter rückgängig zu machen**.
  - Im Falle der Partitionierung **kann es also nicht sein**, dass eine Lösung (d.h. Partitionierung) **kurz- oder mittelfristig nochmals besucht** wird, denn dann hätten folglich die bisherigen **Parameter-variationen zurückgenommen** werden müssen, was **Tabu-Search** innerhalb des Gültigkeitsbereichs der Tabu-Liste **aber so verbietet**.

- Für was kann TS gut eingesetzt werden?
- Wie geht der Algorithmus vor?
- Was ist die Tabu-List?
- Wie wird diese upgedated?
- Welche Komplexität hat der Algorithmus?

